Las funciones exponencial y logarítmica

FUNCIÓN EXPONENCIAL

En esta parte de la unidad, se presentan dos funciones de gran aplicación: la función exponencial y la función logarítmica. Históricamente, se conocen porque sirven para expresar funciones de productos de varios factores.

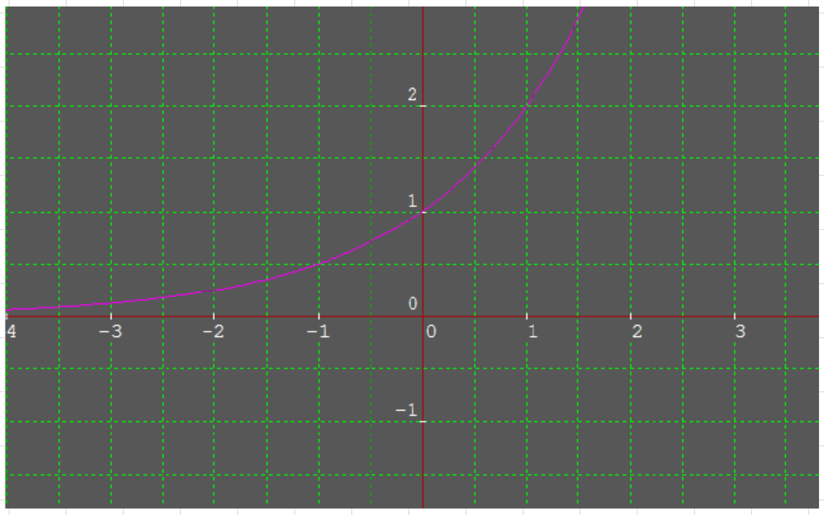
La exponencial, se define como la función de , donde (a) corresponde a una constante y (x) a la variable.

Por lo tanto, $f(x) = a^x$, donde el dominio de la función son todos los reales, y el rango o codominio son los reales positivos.

EJEMPLO: a continuación se muestra la tabla de datos para la función exponencial

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
f(x)	0,03125	0,0625	0,125	0,25	0,5	1	2	4	8	16	32

La siguiente gráfica muestra la función exponencial f(x)=2x



APLICACIONES

La función exponencial se utiliza para representar el comportamiento de fenómenos de crecimiento animal, vegetal, económico, entre otros. En todos estos casos, la variable independiente es el tiempo. Sirve para describir cualquier proceso donde el aumento (o disminución) en un intervalo de tiempo, sea proporcional a lo que había al inicio del mismo.
Cada valor de f(x) se obtiene multiplicando el valor anterior por una cantidad constante (a), donde $f(x) = a^x$

Algunas aplicaciones para la función exponencial:

- √ Crecimiento de una población (humana o animal).
- √ Interés compuesto.
- √ Desintegración radioactiva.

SAN MATEO
Educación Superior

UNIDADVirtual

FUNCIÓN LOGARÍTMICA

Es la función inversa de la función exponencial y se denota de la siguiente manera:
$f(x) = \log_a x$, con $a>0$ y diferente de 1

Al ser la función inversa de la exponencial, el dominio de la función exponencial pasa a ser el rango de la logarítmica y viceversa.

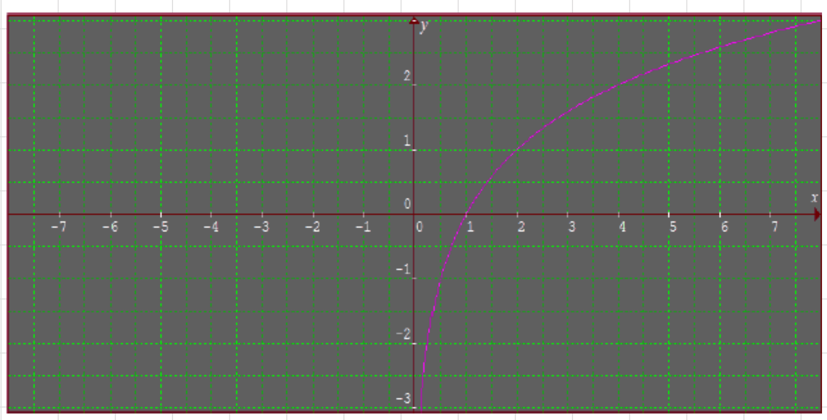
EJEMPLO: a continuación se muestra como ejemplo la tabla de datos para la función logarítmica:

$$f(x)=\log_2 x=\frac{\log x}{\log 2}$$

Cuando NO se especifica la base del logaritmo, se asume base 10.

x	0,2	0,5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f(x)	-2,322	-1	0	1	1,585	2	2,322	2,585	2,807	3	3,170	3,322

La siguiente gráfica muestra la función logarítmica:
$f(x) = \log x / \log 2$



PROPIEDADES DE LOS LOGARITMOS

Logaritmo de un producto:
$\log_a x.y = \log_a x + \log_a y$

Logaritmo de un cociente:
$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

Logaritmo de una potencia:
$\log_a x^n = n * \log_a x$

Para cualquier base:
$\log_a 1=0$, puesto $a^0 =1$
$\log_a a=1$, puesto $a^1 =a$

LOGARITMOS EN BASE 10

Debido a que son los más usados, no se suele escribir la base.
$\log 10=\log 10^1=1$
$\log 100=\log 10^2=2$
$\log 1000=\log 10^3=3$
...
De la misma forma para potencias negativas:
$\log 0,1=\log 10^{-1}=-1$
$\log 0,01=\log 10^{-2}=-2$
$\log 0,001=\log 10^{-3}=-3$

CAMBIO DE BASE

Las herramientas de cálculo suelen implementar logaritmos en base 10 y en base (e), por lo que para calcular logaritmos en cualquier base, se requiere acudir a la fórmula para el cambio de base.

$$\log_a b=\frac{\log x}{\log 2}$$

Estando log b y log a, en base 10.